UNIVERSITÄT LEIPZIG FAKULTÄT FÜR PHYSIK UND GEOWISSENSCHAFTEN FELIX BLOCH INSTITUT FÜR FESTKÖRPERPHYSIK ABTEILUNG ANGEWANDTE QUANTENSYSTEME

BACHELORARBEIT

Anwendung der magnetometrischen Eigenschaften von NV-Zentren zur Detektion mechanischer Schwingungen

eingereicht durch: Jakob Heinrich, 3738546eingereicht am: 7. Juli 2020Erstgutachter: Prof. Dr. Jan MeijerZweitgutachter: Dr. Ralf Wunderlich

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	1
2	The	eorie	3
	2.1	Diamant	3
		2.1.1 Diamantstruktur	3
		2.1.2 Elektronische Struktur	4
	2.2	Stickstoff-Fehlstellen-Zentrum	5
		2.2.1 Elektronische Struktur	6
		2.2.2 Verhalten im Magnetfeld	8
	2.3	Saitenschwingung	11
	2.4	Fouriertransformation	12
		2.4.1 Diskrete Fouriertransformation	12
		2.4.2 Zeitaufgelöste Fouriertransformation (STFT) $\ldots \ldots$	12
3	Funktionsweise und Versuchsaufbau		
	3.1	Funktionsweise des Tonabnehmers	15
	3.2	Versuchsaufbau	16
4	Erg	ebnisse und Diskussion	19
	4.1	Optimierung des Versuchsaufbaus	20
		4.1.1 Anregungsfrequenz des Lasers	20
		4.1.2 Magnetposition	20
	4.2	Abklingverhalten	24
		4.2.1 Datenvorbereitung	25
		4.2.2 STFT	26
		4.2.3 Abklingkurven	27
5	Zus	ammenfassung und Ausblick	33
Literaturverzeichnis			35

Kapitel 1

Einleitung

Seit Mitte des 20. Jahrhunderts erlebt die elektrisch verstärkte Gitarre einen Siegeszug in der Populärmusik [20, 39]. Anfänglich als reines Begleitinstrument für Big-Bands, entwickelte es sich schnell zum prägenden Instrument vieler Musikrichtungen. So ist die E-Gitarre aus der heutigen Musik nicht mehr wegzudenken. Der Unterschied zu akustischen Musikinstrumenten ist, dass die erzeugten Töne nicht über ein Mikrofon aufgenommen werden, sondern die mechanische Schwingung der Saiten direkt in ein elektrisches Signal umgewandelt werden kann. Dies erlaubt eine vielfältigere Klangcharakteristik und ausgefeiltere Spieltechniken. Der *pick-up* (englisch für Tonabnehmer) ist hier meist ein mit Spulen umwickelter Permanentmagnet. Die schwingende Saite erzeugt in der Spule durch Induktion eine Wechselspannung.

Der auf Spulen basierende Tonabnehmer ist zwar der am weitesten verbreitete, es werden jedoch auch oft piezoelektrische *pick-ups* genutzt [26]. Da der herkömmliche *pick-up* auf Wechselwirkungen in einem Magnetfeld beruht, liegt die Idee nicht fern, andere magnetsensitive Materialien zur Tonabnahme einzusetzen. Diese Arbeit untersucht die Verwendung des Stickstoff-Fehlstellen-Zentrums (englisch: *nitrogen-vacancy center*, NV-Zentrum) im Diamanten. NV-Zentren erfahren nicht nur aufgrund ihrer magnetometrischen Eigenschaften viel Aufmerksamkeit in der Wissenschaft. So sind sie viel versprechende Kandidaten als Qubit in der Realisierung von Quantencomputern [38, 40]. Neben der in dieser Arbeit genutzten Einsatzmöglichkeit als Magnetsensor [3, 10, 22, 29, 31, 33–37] ist die Verwendung als Sensor zur Messung von Temperatur [1], mechanischer Spannung [25] oder elektrischen Feldern [12] möglich.

Der Vorteil eines *pick-ups* auf Basis von NV-Zentren gegenüber einem herkömmlichen Spulen-*pick-up* könnte eine verbesserte Wiedergabe des gesamten Schwingungsspektrums sein. Die Obertöne einer schwingenden Saite, mitschwingende Vielfache der Grundfrequenz, sind ausschlaggebend für die Klangcharakteristik eines gespielten Tons. Eine Spule ist ein Tiefpassfilter, was bedeutet, dass durch herkömmliche *pick-ups* höhere Obertöne nicht mit abgenommen werden. Im Gegensatz dazu hat das NV-Zentrum das Potenzial das gesamte Obertonspektrum einer schwingenden Saite abzubilden.

In dieser Arbeit wird das grundlegende Prinzip dargelegt, wie die Töne einer schwingenden Saite mithilfe von NV-Zentren abgenommen werden können. Außerdem wird damit dann das Abklingverhalten einer angeschlagenen Saite hinsichtlich seiner harmonischen Schwingungen untersucht. Dazu werden erst die theoretischen Grundlagen von Diamant, NV-Zentrum und Saitenschwingung beschrieben, um mithilfe dieser dann das Tonabnahmeprinzip zu erläutern. Im Anschluss wird der Versuchsaufbau vorgestellt, in dem dieser Tonabnehmer initial realisiert wurde. Abschließend werden Optimierungen am Aufbau erläutert und die durchgeführten Messungen zum Abklingverhalten der Harmonischen diskutiert.

Kapitel 2

Theorie

In diesem Kapitel sind die physikalischen Phänomene zusammengefasst, auf deren Grundlage die Detektion mechanischer Schwingungen mithilfe von NV-Zentren in Diamanten beruht. Zuerst werden die optischen und elektronischen Eigenschaften des reinen Diamanten beschrieben. Anschließend wird das NV-Zentrum als Fehlstelle im Diamanten erläutert und der Einfluss eines Magnetfeldes auf dessen Eigenschaften diskutiert. Abschließend wird auf mechanische Saitenschwingungen und die Fouriertransformation als Analysemethode eingegangen.

2.1 Diamant

2.1.1 Diamantstruktur

Die Diamantstruktur ist nach dem Diamanten benannt, einem natürlich vorkommenden Allotrop des Kohlenstoffs. Anschaulich betrachtet ist die Diamantstruktur eine Zusammensetzung zweier kubisch-flächenzentrierter Gitter (englisch: *facecentered cubic*, fcc), die gegeneinander um ein Viertel der Raumdiagonalen der kubischen Einheitszelle verschoben sind. In Abbildung 2.1a) ist ein Ausschnitt dieser Diamantstruktur dargestellt. Der gesamte Diamant setzt sich aus diesem Gitter zusammen, das auch mithilfe eines Bravaisgitters mit zweiatomiger Basis beschrieben werden kann.

Das Bravaisgitter der Diamantstruktur ist ein fcc-Gitter, welches die Grundstruktur bildet. Jedem Punkt dieses Gitters sind über die Basis zwei Atome zugeordnet. Sie befinden sich an den Positionen (0, 0, 0) und $(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}, \frac{a}{4})$ [15]. a bezeichnet dabei die Kantenlänge der kubischen Einheitszelle und beträgt 3,56714 Å [18]. Mit dieser Anordnung gehört die Diamantstruktur zur Raumgruppe O_h^7 beziehungsweise $Fd\bar{3}m$.

Die vier Valenzelektronen des Kohlenstoffatoms liegen im Diamanten in einer sp^3 -Hybridisierung vor (siehe Abbildung 2.1b)). Die Elektronenorbitale, also die



Abbildung 2.1: a) Kristallstruktur des Diamanten. a bezeichnet die Kantenlänge der kubischen Einheitszelle (erstellt mit [23]); b) Anordnung der Elektronenorbitale Ψ_i bei einer sp³-Hybridisierung. Die dargestellten Bereiche beschreiben die Isoflächen von $|\Psi_i|^2$ des zugehörigen Orbitals i, in dem sich ein Elektron mit 90% iger Wahrscheinlichkeit aufhält. Die verschiedenen Farben kennzeichnen das Vorzeichen der Wellenfunktion Ψ_i . (entnommen aus [11])

räumlichen Wellenfunktionen der Elektronen, deren Quadrate die Dichte der räumlichen Aufenthaltswahrscheinlichkeiten um die Atome angeben, sind in dieser Konfiguration keulenförmig und ordnen sich tetraedrisch an. Dadurch ergibt sich ein Winkel von $\gamma = 109,5^{\circ}$ zwischen den Orbitalen. Hiermit bildet jedes Kohlenstoffatom im Gitter vier starke kovalente Bindungen mit den jeweiligen Nachbarn unter dem selben Winkel γ .

Der Abstand zweier nächster Nachbarn ist mit dieser Geometrie $d = \frac{\sqrt{3}}{4}a \approx 1,5445$ Å und es ergibt sich ein Raumerfüllungsfaktor von $f_{\text{Diamant}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{16} \approx 0,34$, was vergleichsweise gering ist. So ist zum Beispiel der Raumerfüllungsfaktor des kubisch flächenzentrierten Kristalls mit $f_{\text{fcc}} = \frac{\sqrt{2}\pi}{6} \approx 0,74$ deutlich höher.

2.1.2 Elektronische Struktur

Die elektronische Struktur des Diamanten lässt sich durch seine Kristallgitterstruktur herleiten. Hierfür ist es aufgrund der Periodizität des Gitters ausreichend, die Umgebung eines Punktes im reziproken Gitter zu betrachten. Eine solche Umgebung ist die erste Brillouinzone (siehe Abbildung 2.2a)).

Zur Analyse der Bandstruktur bezeichnet man definierte Punkte und Strecken in der ersten Brillouinzone: Der Mittelpunkt wird als Γ -Punkt bezeichnet. Setzt man ihn als Ursprung des reziproken Raums hat er den Wellenvektor $\boldsymbol{k} = (0, 0, 0) \frac{1}{m}$. Der Schnittpunkt der Richtung [111] mit der Grenze der ersten Brillouinzone wird

als L-Punkt bezeichnet, die Strecke zwischen Γ -Punkt und L-Punkt bezeichnet man als Λ . Der K-Punkt ist der Schnittpunkt in [110]-Richtung, dessen Strecke als Σ bezeichnet wird und der X-Punkt ist der Schnittpunkt in [100]-Richtung, dessen Strecke als Δ bezeichnet wird. Die Bandstruktur der Richtungen Λ und Δ ist in Abbildung 2.2b) dargestellt.



Abbildung 2.2: a) Erste Brillouinzone der Diamantstruktur im reziproken Raum [6],

b) Bandstruktur des Diamanten zwischen L-, Γ -, und X-Punkt entlang der Geraden A und Δ . Mit Γ_i werden die Energien am Γ -Punkt bezeichnet, E_g ist die indirekte Bandlückenenergie [30]. (entnommen aus [32])

Die Bandstruktur weißt eine indirekte Bandlücke von $E_{\rm g} = (5,470 \pm 0,005) \,\text{eV}$ auf [7]. Diese Bandlücke ist im Verhältnis zur Energie des sichtbaren Lichts $(1,65 \,\text{eV} - 3,1 \,\text{eV})$ sehr groß, weshalb der Diamant durchsichtig erscheint.

2.2 Stickstoff-Fehlstellen-Zentrum

Das Diamantgitter, wie oben beschrieben, ist eine Idealisierung. In der Realität weisen Diamanten verschiedene Gitterfehler auf. Der in dieser Arbeit genutzte, sehr gut erforschte Defekt nennt sich Stickstoff-Fehlstellen-Zentrum, kurz NV-Zentrum (vom englischen *nitrogen-vacancy center*). Dabei ist im Diamantgitter ein Kohlenstoffatom durch ein Stickstoffatom ersetzt und ein danebenliegender Gitterplatz bleibt frei (siehe Abbildung 2.3). Diese Einheit aus Stickstoffatom und Lücke (Vakanz) kann vier mögliche Orientierungen haben, die durch die Orientierungen des Gitters gegeben sind.



Abbildung 2.3: Struktur des NV-Zentrums: Dargestellt ist eine verschobene Einheitszelle der Diamantstruktur mit NV-Zentrum. Ein Gitterplatz des Diamantgitters bleibt frei (V, in weiß) und ein benachbarter Platz ist mit Stickstoff (N, in rot) besetzt. (erstellt mit [23])

2.2.1 Elektronische Struktur

Die Zahl der freien Elektronen eines NV-Zentrums ergibt sich aus der Summe der ungebundenen Elektronen der Atome, die die Vakanz umgeben. Das Stickstoffatom hat zwei ungebundene Valenzelektronen und die drei Kohlenstoffatome jeweils eins. Dies ergibt fünf freie Elektronen im System. Man stellt fest, dass bestimmte NV-Zentren magnetische Eigenschaften aufweisen, die auch in dieser Arbeit ausgenutzt werden, für die aber ein Gesamtspin des Zentrums von S = 1 notwendig ist. Dies kann nicht mit fünf Elektronen erreicht werden, da Elektronen einen Spin von S = 1/2 haben. Es wird deshalb davon ausgegangen, dass ein sechstes Elektron aus dem umliegenden Gitter das System vervollständigt. Man nennt diese Zentrum, da dieses das einzig relevante für diese Arbeit ist.

Die Energiestruktur der NV-Zentren ist in Abbildung 2.4 dargestellt. Sie weist ein Spin-Triplett im Grundzustand und eines im angeregten Zustand auf. Die Tripletts haben einen Energieabstand von 1,945 eV [9]. Im Grundzustand ${}^{3}A_{2}$ hat die Null-Feld-Aufspaltung zwischen den Zuständen mit der magnetischen Spinquantenzahl $m_{\rm s} = 0$ und $m_{\rm s} = \pm 1$ einen Wert von $D_{\rm gs} = 2,88$ GHz [19] und im angeregten Zustand ${}^{3}E$ einen Wert von $D_{\rm es} = 1,42$ GHz [14, 24]. Die Darstellung des angeregten Niveaus als Triplett ist eine Vereinfachung, da nach gruppentheoretischen Überlegungen die Zahl der Zustände eigentlich höher ist [21]. Des Weiteren weist das NV-Zentrum eigentlich mehrere Singulettlevel auf, die hier der Einfachheit



Abbildung 2.4: Energieniveauschema des NV-Zentrums mit Anregung und Relaxation: Links sind die Tripletts ${}^{3}A_{2}$ und ${}^{3}E$ mit $m_{s} = 0, \pm 1$ dargestellt, wobei die Zustände mit ± 1 entartet sind. D_{gs} bzw. D_{es} bezeichnen die Null-Feld-Aufspaltung zwischen den Zuständen mit $m_{s} = 0$ und ± 1 im ${}^{3}A_{2}$ bzw. ${}^{3}E$ -Triplett. Darüber mit gestrichelten Linien dargestellt, sind höhere vibronische Zustände. Auf der rechten Seite ist das Singulettlevel ${}^{1}A$ abgebildet. Die durch grünes Laserlicht angeregten Übergänge (\blacksquare), die nichtstrahlenden Relaxationen (\blacksquare) und die strahlenden Relaxationen (\blacksquare) sind farblich gekennzeichnet.

halber zu einem Zustand ¹A zusammengefasst werden.

Um die Elektronen in den ³E-Zustand anzuregen, wird das NV-Zentrum mit Licht bestrahlt, dessen Energie mindestens so groß wie die Energiedifferenz der Zustände ist. Es wird grünes Laserlicht mit einer Wellenlänge von 532 nm verwendet, da dann die entstehende Photolumineszenz (PL) vom anregenden Licht unterschieden werden kann. Dies hat zwar zur Folge, dass Elektronen in höhere vibronische Niveaus angeregt werden, sie jedoch schnell nicht-strahlend in diejenigen ³E-Zustände relaxieren, die die selbe Spinquantenzahl m_s wie die jeweiligen Ausgangszustände in ³A₂ aufweisen.

Von hier haben die Elektronen zwei Möglichkeiten in den Grundzustand zurückzukehren: einen strahlenden und einen nicht-strahlenden Weg. Kehrt ein Elektron strahlend in den Grundzustand zurück, so wird unter Erhaltung von $m_{\rm s}$ ein Photon emittiert. Geschieht dies ohne Wechselwirkung mit Phononen hat das Photon die Wellenlänge $\lambda = 637 \,\mathrm{nm}$ [16]. Im Spektrum wird dies als Null-Phononen-Linie bezeichnet.

Nicht-strahlend ist das sogenannte *inter-system-crossing* (ISC), bei dem ein Elektron ohne Emission eines Photons im sichtbaren Bereich über den Singulettzustand in einen der Grundzustände übergeht. Die Emission eines Photons im Infrarotbereich ist dabei möglich [9], für diese Arbeit aber nicht relevant. Aufgrund der verschiedenen Übergangsmöglichkeiten (strahlend und nicht-strahlend), hängt die Intensität der PL von den Übergangswahrscheinlichkeiten ab.

Außerdem kommt es zu einer Spinpolarisation zu $m_{\rm s} = 0$, da der Übergang ${}^{3}{\rm E}(m_{\rm s} = \pm 1) \rightarrow {}^{1}{\rm A}$ wahrscheinlicher ist als der Übergang ${}^{3}{\rm E}(m_{\rm s} = 0) \rightarrow {}^{1}{\rm A}$ und die Wahrscheinlichkeiten für die Übergänge ${}^{1}{\rm A} \rightarrow {}^{3}{\rm A}_{2}(m_{\rm s} = 0)$ und ${}^{1}{\rm A} \rightarrow {}^{3}{\rm A}_{2}(m_{\rm s} = \pm 1)$ ungefähr gleich sind [27].

2.2.2 Verhalten im Magnetfeld

Für diese Arbeit ist es von großer Relevanz, das Verhalten der optischen Eigenschaften von NV-Zentren unter Anwesenheit eines Magnetfeldes zu verstehen, da darauf die Detektion mechanischer Schwingungen, wie sie in dieser Arbeit untersucht wurde, beruht.

Hierzu wird im Folgenden ein Modell skizziert, welches das Verhalten der PL des NV-Zentrums in einem Magnetfeld beschreibt [36]. Es handelt sich dabei um ein statistisches Modell, was bedeutet, dass alle Werte über unendlich viele Zyklen (Anregung und Relaxation) gemittelt werden. Um die Abhängigkeit der PL-Intensität von einem Magnetfeld zu modellieren, wird ein Hamiltonoperator aufgestellt, der alle magnetisch aktiven Zustände des NV-Zentrums, also die Tripletts ${}^{3}A_{2}$ und ${}^{3}E$, in Betracht zieht. Das Singulettlevel ${}^{1}A$ wird im Hamiltonoperator nicht berücksichtigt, ist aber als Übergangslevel für nicht-strahlende Relaxationen Teil des Modells.

Der Hamiltonoperator des Systems

$$\hat{H}_{\rm NV} = \begin{pmatrix} \hat{H}_{\rm gs} & 0\\ 0 & \hat{H}_{\rm es} \end{pmatrix}$$
(2.1)

unter Einfluss eines Magnetfelds B besteht also aus den Hamiltonoperatoren des Grundzustand \hat{H}_{gs} und des angeregten Zustands \hat{H}_{es} .

Es gilt [36]

$$\hat{H}_{\rm gs} = h D_{\rm gs} \hat{S}_z^2 + g \mu_{\rm B} \boldsymbol{B} \cdot \hat{\boldsymbol{S}} = \hat{H}_{\rm gs}^z + \hat{H}_{\rm gs}^\perp, \qquad (2.2)$$

mit $\hat{H}_{gs}^{z} = hD_{gs}\hat{S}_{z}^{2} + g\mu_{B}B_{z}\hat{S}_{z}$ und $\hat{H}_{gs}^{\perp} = g\mu_{B}(B_{x}\hat{S}_{x} + B_{y}\hat{S}_{y})$, für den Hamiltonoperator des Grundzustands. Hierbei ist \hat{S} der Elektronen-Spinoperator, h die Planckkonstante, μ_{B} das Bohrsche Magneton und $g \approx 2$ der Elektronen-g-Faktor. Die z-Richtung ist parallel zur Achse des NV-Zentrums ausgerichtet.



Abbildung 2.5: Energieniveauschema des NV-Zentrums bei Raumtemperatur in Abwesenheit und Anwesenheit eines Magnetfelds: Die einzelnen Niveaus der Tripletts ${}^{3}A_{2}$ und ${}^{3}E$ sind durch $|j\rangle$ mit j = 1, ..., 6 gekennzeichnet und durch spinerhaltende, strahlende Übergänge verbunden (durchgezogene Pfeile), β ist der Pumpparameter. Das Singulettlevel ${}^{1}A$ wird hier als $|7\rangle$ bezeichnet und ist Übergangslevel für ISC (gestrichelte Pfeile). Die Parameter k sind die Raten für den jeweiligen Übergang. a) Ist kein Magnetfeld angelegt entsprechen die Triplettlevel $|j^{0}\rangle$ den in Abbildung 2.4 gezeigten Leveln mit den jeweiligen $m_{\rm s}$. b) Unter einem beliebigen Magnetfeld spalten sich die die Zustände in den ${}^{3}A_{2}$ - und ${}^{3}E$ -Leveln auf und je nach Winkel des Magnetfelds zur NV-Achse können sie auch mischen. Dies führt dazu, dass alle Übergangsraten k_{ij} berücksichtigt werden müssen [36].

Für den angeregten Zustand liest sich der Hamiltonoperator \hat{H}_{es} genauso wie für den Grundzustand, in Gleichung (2.2) wird nur die Aufspaltung D_{gs} durch D_{es} ersetzt.

Aus $\hat{H}_{\rm NV}$ ergeben sich sechs Eigenzustände $|j\rangle$. Die Zustände ohne externes Magnetfeld werden mit $|j^0\rangle$ bezeichnet, wobei j = 1, 2, 3 den Grundzuständen mit $m_{\rm s} = 0, -1$ und +1 entsprechen und j = 4, 5, 6 den angeregten Zuständen mit $m_{\rm s} = 0, -1$ und +1 (siehe Abbildung 2.5). In diesem Modell wird der Singulettzustand als $|7^0\rangle$ bzw. $|7\rangle$ bezeichnet. Im Magnetfeld bezeichnet k_{ij} die Übergangsrate zwischen Zustand $|i\rangle$ und Zustand $|j\rangle$ und k_{ij}^0 diejenigen ohne externes Magnetfeld. Die erlaubten Übergänge sind in Abbildung 2.5 dargestellt.

In einem in z-Richtung angelegten statischen Magnetfeld verhalten sich die Niveaus, wie durch \hat{H}_{gs}^z b
zw. \hat{H}_{es}^z beschrieben. Die Eigenzustände von \hat{H}_{NV} bleiben unverändert ($|j\rangle = |j^0\rangle$), die Zustände können also noch den m_s -Werten 0, -1 und

+1 zugeordnet werden. Da die Niveaus im Magnetfeld aber aufspalten, ändern sich bei $|2\rangle$, $|3\rangle$, $|5\rangle$ und $|6\rangle$ die zugehörigen Energien. Unter diesen Umständen bleiben die Übergangsraten großteils unverändert und es stellt sich, so wie auch in Abwesenheit eines Magnetfelds, eine Spinpolarisierung zu $m_{\rm s} = 0$ ein. Das gilt nicht für Magnetfeldwerte um $B_z \approx 51 \,\mathrm{mT}$ und $B_z \approx 102 \,\mathrm{mT}$, da hier durch *level anti-crossing* die Zustände jeweils in Grundzustand und angeregten Zustand mischen. [13, 28]

Im Fall, dass das Magnetfeld zusätzlich noch über eine senkrechte Komponente $B_{\perp} = (B_x, B_y, 0)$ verfügt, mischen die Niveaus und sind nicht mehr diskret. Das heißt, die Zustände können nicht mehr, wie oben für ein reines z-Feld beschrieben, den m_s -Werten 0, -1 und +1 zugeordnet werden. Dieses Mischen führt dazu, dass sich die Übergangsraten für die Zustände verändern und dadurch die PL-Intensität von B abhängig wird. Diese Abhängigkeit ist in Abbildung 2.6 gezeigt und wird in dieser Arbeit ausgenutzt.



Abbildung 2.6: a) Berechnete PL-Intensität eines NV-Zentrums als Funktion von B_z und B_{\perp} , den Magnetfeldern parallel und senkrecht zur Achse des NV-Zentrums. b) gemessene NV-Zentren unter den in a) gezeigten Winkeln. Die durchgezogenen Linien zeigen die theoretischen Kurven. (beide entnommen aus [36])

Zusammenfassend heißt das, dass bei angelegtem Magnetfeld, das gegen die z-Achse beliebig (ungleich null) verkippt ist, die Spin-Zustände mischen. Dadurch führt eine Erhöhung des Magnetfeldbetrags dazu, dass die Übergangsraten für ISC größer werden und die Intensität der PL sinkt.

2.3 Saitenschwingung

Die oben genannten magnetischen Effekte sollen in dieser Arbeit genutzt werden um mechanische Schwingungen von Saiten zu detektieren. Deren theoretische Grundlagen werden im Folgenden erläutert.

Die schwingende Saite bildet eine stehende Welle mit Knoten an den Enden der Saite aus. Lösungen für solche Wellen sind in Abbildung 2.7 dargestellt, man nennt sie Harmonische. Die Frequenz der *n*-ten Harmonischen ist gegeben durch:

$$f_n = n \cdot \frac{2}{L} \sqrt{\frac{F}{\rho}} \quad (n \in \mathbb{N}), \tag{2.3}$$

mit L der Länge, F der Spannkraft und ρ der Massendichte der Saite [4]. Die erste Harmonische wird Grundschwingung genannt, alle weiteren heißen Obertöne.



Abbildung 2.7: Eine eingespannte Saite der Länge L erlaubt stehende Wellen mit diskreten Frequenzen, hier gezeigt für n = 1, 2, 3, 4. Die Anzahl der Knoten ist n + 1. Die Amplituden der Harmonische sind nicht maßstabsgerecht dargestellt und nehmen im Allgemeinen mit zunehmendem n ab (entnommen aus [4]).

Eine reale schwingende Saite führt eine gedämpfte Schwingung aus, deren Amplitude sich proportional zu

$$D(t) = e^{-\alpha t} \tag{2.4}$$

mit Dämpfungsfaktor $\alpha > 0$ und Zeit t verhält.

2.4 Fouriertransformation

Für die Analyse mechanischer Schwingungen ist die Untersuchung des Frequenzspektrums von ausschlaggebender Bedeutung. Dazu eignet sich die Fouriertransformation, genauer die diskrete Fouriertransformation.

2.4.1 Diskrete Fouriertransformation

Die Fouriertransformation ist definiert als:

$$F(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-2\pi i v t} dt$$
(2.5)

Sie hat die Eigenschaft Funktionen des Ortsraums in den Frequenzraum zu transformieren, was eine Frequenzanalyse ermöglicht. Da aber Messdaten nicht als kontinuierliche Funktionen, sondern als diskrete Messpunkte vorliegen, muss zur Datenanalyse eine abgewandelte Form der Fouriertransformation genutzt werden. Hierfür eignet sich die diskrete Fouriertransformation.

Betrachtet man N Messpunkte $f = (f_0, \ldots, f_{N-1})$, so kann man diese zu einem Tupel $F = (F_0, \ldots, F_{N-1}) \in \mathbb{C}^N$ transformieren. Dabei wird das Integral in Gleichung (2.5) durch eine endliche Summe ersetzt:

$$F_n = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-2\pi i \frac{nk}{N}}, \quad n = 0, \dots, N-1.$$
(2.6)

Für jeden der N Einträge in F muss über alle N Einträge von f summiert werden. Um F zu berechnen sind also N^2 Berechnungen nötig. Man bezeichnet dies als Komplexität $\mathcal{O}(N^2)$.

Zur effizienteren Berechnung der diskreten Fouriertransformation kann N so gewählt werden, dass eine rekursive Berechnung möglich ist. Wählt man beispielsweise N als Potenz von 2, so lässt sich die Komplexität auf $\mathcal{O}(N \log N)$ verringern [8]. Die Summe in Gleichung (2.6) wird dabei solange rekursiv in je zwei Teilsummen zerlegt, wie es N zulässt. Dieses Verfahren wird *fast fourier transform* (FFT) genannt.

2.4.2 Zeitaufgelöste Fouriertransformation (STFT)

Zur Analyse der zeitlichen Veränderung des Frequenzspektrums wird die sogenannte *short-time fourier transform* (STFT) genutzt [2]. Hierbei werden kurze Abschnitte des Datensatzes betrachtet und deren Fouriertransformation gebildet. Die Abschnitte werden so gewählt, dass sie sich überlappen, wobei mithilfe einer Fensterfunktion die Daten innerhalb eines solchen Abschnitts gewichtet werden, um Leckeffekte zu verringern. Das in dieser Arbeit verwendete Hamming-Fenster ist in Abbildung 2.8 dargestellt. Diese Fensterfunktion hat die Form

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \quad 0 \le n \le N-1,$$
(2.7)

mit N der Anzahl Datenpunkte im Fenster [5, 17].

Die STFT liefert eine Beschreibung des Zeitverlaufs einer Schwingung im Frequenzraum. Eingeschränkt wird diese Analyse aber dadurch, dass Frequenz- und Zeitachse nicht beliebig scharf aufgelöst werden können. Je besser die Frequenzauflösung sein soll, desto mehr Datenpunkte werden benötigt, was die Zeitauflösung einschränkt.



Abbildung 2.8: Das Hamming-Fenster

Kapitel 3

Funktionsweise und Versuchsaufbau

3.1 Funktionsweise des Tonabnehmers

In dieser Arbeit sollen die oben beschriebenen Eigenschaften von NV-Zentren im Magnetfeld genutzt werden um mechanische Schwingungen von Saiten zu detektieren. Handelsübliche Tonabnehmer, wie sie beispielsweise in E-Gitarren oder E-Bässen verbaut sind, funktionieren mithilfe von Induktion. Ein Permanentmagnet, der unterhalb einer ferromagnetischen Saite angebracht ist magnetisiert diese. Wird die Saite angeschlagen, ergibt sich ein oszillierendes Magnetfeld, welches eine Wechselspannung in einer Spule induziert, die proportional zur Schwingung ist.

Auch der im Folgenden beschriebene Tonabnehmer auf der Basis von NV-Zentren setzt die Verwendung einer ferromagnetischen Saite voraus, da auch hier die Magnetfeldänderung durch die schwingende, magnetisierte Saite detektiert wird. Im Gegensatz zum herkömmlichen Tonabnehmer funktioniert dies aber nicht über Induktion, sondern über die Detektion der PL von NV-Zentren im Magnetfeld.

Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben hängt die PL-Intensität direkt vom antiparallelen Anteil B_{\perp} des Magnetfelds ab. Wird ein Diamant mit einer großen Zahl von NV-Zentren verwendet und nimmt man an, diese sind in alle vier möglichen Gitterrichtungen orientiert, dann wirkt ein in beliebiger Richtung angelegtes Magnetfeld in jedem Fall antiparallel zu mindestens drei NV-Richtungen. Deshalb kann angenommen werden, dass das Verhalten der PL-Intensität eines solchen Diamantens ähnlich zu dem in Abbildung 2.6b) gezeigten Verhalten ist. Mit steigendem Magnetfeld im Bereich bis circa 50 mT nimmt die PL-Intensität ab. Dieser Zusammenhang wird zur Tonabnahme genutzt. Die Schwingung der magnetisierten Saite führt zu einer Oszillation der Magnetfeldstärke, was sich in der PL-Intensität widerspiegelt und über eine Photodiode aufgenommen wird. Dazu werden Diamant und Permanentmagnet in der Nähe der Saite befestigt. Die genaue Position des Magneten ist in Abschnitt 4.1.2 genauer beschrieben. In Abbildung 2.6b) ist auch zu erkennen, dass der Winkel des wirkenden Magnetfelds weniger ausschlaggebend ist, als dessen Stärke. Deswegen kann der Winkel im Folgenden vernachlässigt werden.

3.2 Versuchsaufbau

Im Folgenden wird erläutert wie der Tonabnehmer in einen Versuchsaufbau eingebunden wird. Außerdem wird ein Anzupfmechanismus beschrieben, der entwickelt wurde, um die zu messende Saite automatisiert in Schwingung zu bringen. Dieser gewährleistet die Reproduzierbarkeit der Messungen. In Abbildung 3.1 ist der Aufbau schematisch dargestellt.



Abbildung 3.1: Aufbau des Tonabnehmer-Versuchs. Es ist der Strahlengang des Laserlichts (■) und der PL (■) dargestellt. Die Bestandteile sind im Text beschrieben.

Um die Komponenten des Tonabnehmers zu erklären, bietet es sich an dem Lichtpfad zu folgen. Alle Geräte und optischen Elemente am Lichtpfad sind in der gleichen Höhe angebracht. Der zur Anregung der PL genutzte 532 nm Laser besitzt eine maximale Leistung von 80 mW und wird mit einem Rechtecksignal gepulst, das der Signalgenerator, ein *Keysight 33500B*, liefert. Die Pulsfrequenz wird in Abschnitt 4.1.1 diskutiert. Das Laserlicht wird über eine Linse kollimiert und über zwei Spiegel auf einen dichroitischen Spiegel gerichtet. An diesem reflektiert der Laserstrahl und wird über eine Linse auf den Diamanten fokussiert. Der verwendete Diamant wurde von der Firma *element6* durch das *high-pressure-high-temperature*-Verfahren (HPHT) hergestellt und die inertiale Stickstoffkonzentration ist vom Hersteller mit $c_N < 200$ ppm angegeben. Er wurde mit $2 \cdot 10^{18}$ cm⁻² bei 10 MeV bestrahlt und anschließend vier Stunden bei 800 °C im Vakuum ausgeheizt. Dadurch kann angenommen werden, dass eine große Zahl NV-Zentren, mit in alle Gitterrichtungen gleichverteilten Orientierungen, vorliegen.

Die durch das Laserlicht angeregte PL wird von der Linse gesammelt und durch den dichroitischen Spiegel hindurchgelassen, da sie jetzt eine andere Wellenlänge als das anregende Laserlicht hat. Hiernach wird die emittierte Strahlung wieder durch eine Linse auf die Photodiode fokussiert. Diese wandelt die eintreffenden Photonen in einen Photostrom um, welcher wiederum von einem nachgeschalteten Trans-Impedanz-Verstärker (TIA) in eine Spannung umgewandelt wird. Am Lock-In-Verstärker wird das Spannungssignal demoduliert, was bedeutet, dass der Puls herausgerechnet wird. Dazu wird dem Lock-In-Verstärker das Signal, mit dem der Laser gepulst ist, als Referenz zugeschaltet. Es wurde ein *MFLI* von *Zurich Instruments* verwendet.

Die zu messende Saite befindet sich in der gleichen Ebene wie der Diamant. Sie ist im rechten Winkel zu dem auf den Diamanten fallenden Laser über eine Schiene gespannt. Die schwingende Saitenlänge beträgt 864 mm, dies entspricht der Standard-Long-Scale-Mensur eines E-Basses. Die Position des Diamanten in Bezug auf die eingespannte Saite ist für das Verhältnis der Harmonischen im Obertonspektrum relevant. Es sind Positionen an den Knotenpunkten der kleinzahligen Harmonischen zu vermeiden, da dort die jeweilige Harmonische keinen Einfluss hat (vergleiche Abbildung 2.7). Außerdem sollte die Diamantposition nicht zu nah an einem Ende der Saite liegen, da hier die Schwingungsamplitude zu klein ist. Die Saite wurde so eingespannt, dass der Diamant leicht versetzt von einem Viertel der Saitenlänge positioniert ist und dass der Abstand vom Diamanten groß genug ist, um die Saite frei schwingen zu lassen. Es werden E-Bass-Saiten verwendet, da diese höhere Durchmesser als E-Gitarren-Saiten aufweisen und deshalb aufgrund höherer Magnetisierbarkeit für diese ersten Versuche besser geeignet sind. Es handelt sich bei den verwendeten Saiten um E-Bass-Saiten aus einer Cobalt-Legierung der Firma Ernie Ball. Die Saiten aus diesem Material wurden gewählt, da sie eine höhere Magnetisierung als übliche E-Bass-Saiten aufweisen.

Oberhalb der Lichtpfadebene befindet sich der Magnet. Dieser ist so über dem Diamanten positioniert, dass die Pole parallel zum auf den Diamanten fallenden Laserlicht ausgerichtet sind. Auf die genaue Position des Magneten wird in Abschnitt 4.1.2 noch eingegangen.

Ausserdem wurde ein Anzupfmechanismus konzipiert, um das Anregen der Saite möglichst gleichförmig und reproduzierbar zu machen. Die Vorrichtung besteht aus einem Servomotor und einem Mikrocontroller. Ein Servomotor ist ein Elektromotor, der die Einstellung vorgegebener Winkel erlaubt. Dazu wird die Drehposition über einen Sensor ermittelt und über eine Regelelektronik eingestellt. Es wurde ein Modellbauservo der Firma *Bluebird* mit einem Stellmoment von 91 N cm verwendet, der über ein 5 V-Netzteil versorgt wird. Auf dem Motor ist ein Gitarrenplektrum der Marke *Fender* montiert, das den Kontakt zur Saite herstellt. Der Motor ist auf einem Ständer angebracht, der auf dem optischen Tisch fixiert ist. Die Anzupfvorrichtung ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Die Anzupfposition wurde am gegenüber vom Diamanten liegenden Ende der Saite gewählt. Die An-



Abbildung 3.2: Anzupfvorrichtung

steuerung des Servos erfolgt über Pulsweitenmodulation (PWM). Hierbei wird dem Servo ein 50 Hz-Rechteck-Signal übermittelt, bei dem die Breite des hohen Pegels den einzustellenden Winkel angibt. Der Servo wird über einen Arduino Uno angesteuert, einen Ein-Platinen-Mikrocontroller, der die Kommunikation zwischen Mess-PC und Servo ausführt. Er ist über USB seriell an den PC angeschlossen und wandelt die geforderten Winkelpositionen in PWM-Signale für den Servo um. Die Ansteuerung über den PC erlaubt es, das Anzupfen der Saite in Messroutinen einzubinden.

Kapitel 4

Ergebnisse und Diskussion

Ein Beispiel für eine Messung mit dem in Abschnitt 3.2 beschriebenen Versuchsaufbau ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Man erkennt an der vergrößerten Darstellung in Abbildung 4.1b), dass es sich um eine sinusartige Schwingung handelt. Der Tonabnehmer auf Basis von NV-Zentren ist also in der Lage mechanische Schwingungen zu messen.



Abbildung 4.1: Gemessene Daten einer Saite: b) ist eine vergrößerte Darstellung weniger Sekundenbruchteile der Daten aus a).

Der erste Abschnitt des Kapitels erläutert, wie der Messaufbau optimiert wurde, um aussagekräftige Daten zu erhalten. Es wurde die Anregungsfrequenz des Lasers und die Magnetposition variiert und optimiert. Im zweiten Abschnitt wird anhand einer Vielzahl gemessener Schwingungen das Abklingverhalten charakterisiert.

4.1 Optimierung des Versuchsaufbaus

4.1.1 Anregungsfrequenz des Lasers

Um das Verhalten des optischen Aufbaus bei verschiedenen Anregungsfrequenzen zu ermitteln, wurde der Diamant ohne Saite und ohne Magnet mit Laserlicht bestrahlt, dass mit verschiedenen Frequenzen gepulst wurde, und die PL-Intensität gemessen.

Die Anregungsfrequenz wurde zwischen 50 kHz und 1 MHz in Schritten von 10 kHz erhöht und jeweils für 0,5 s gemessen. Anschließend wurden diese Werte gemittelt. Die Mittelwerte sind in Abbildung 4.2 über die Anregungsfrequenzen aufgetragen. Der dort erkennbare Verlauf der PL-Intensität bei hohen Anregungsfre-



Abbildung 4.2: gemittelte PL-Messungen bei Anregungsfrequenzen des Lasers im Abstand von 10 kHz

quenzen lässt sich auf das Verhalten des verwendeten Trans-Impedanz-Verstärkers zurückführen. Bei hohen Frequenzen verfälscht dieser das Signal.

Für die im Folgenden beschriebenen Messungen wurden die Anregungsfrequenz auf 230 kHz eingestellt, da um diese Frequenz die maximale PL-Intensität gemessen wurde.

4.1.2 Magnetposition

Die Magnetposition ist ein entscheidender Faktor dieser Arbeit, da sie großen Einfluss auf die Genauigkeit der Frequenzdetektion einer schwingenden Saite hat. Im Folgenden ist das Koordinatensystem im Bezug auf die Saite wie in Abbildung 4.3 gelegt. Die Saite ist in x-Richtung gespannt und wird durch den Servo zu einer Schwingung in y-Richtung angeregt. Die x-Position des Magneten wurde wie



Abbildung 4.3: Skizze zur Magnetposition: a) Position auf Höhe der Saite b) die optimierte Magnetposition.

die des Diamanten bei etwa einem Viertel der Saitenlänge gewählt. Die genaue Position ergibt sich im Folgenden bei der Optimierung der y- und z-Positionen (siehe Abbildung 4.3).

Um die Magnetposition im Aufbau zu optimieren, wurden mehrere Messungen durchgeführt, bei denen die eingespannte Saite mithilfe des Servos angezupft und 4s schwingen gelassen wurde. Dabei wurde die sich ändernde PL der NV-Zentren aufgenommen. Diese Schwingungsdaten wurden dann mithilfe einer FFT in den Frequenzraum transformiert. Um ein Maß für die Güte der vermessenen Position zu erhalten, wurden die Amplituden der ersten Harmonischen bei verschiedenen Magnetpositionen verglichen. Hierbei war die Position mit maximaler Amplitude zu bevorzugen. Dies ist die Position, bei der die Änderung des auf den Diamanten wirkenden Magnetfelds bei schwingender Saite maximal ist.

Ein weiterer Faktor, der bei der Positionierung des Magneten zu beachten war, lag darin, dass die *y*-Position des Magneten nicht, wie bei herkömmlichen *pick-ups*, auf Höhe der Ruhelage der Saite liegen kann (vergleiche Abbildung 4.3a)). Der Grund hierfür ist, dass bei einer solchen Position die Magnetisierung der Saite in der Ruhelage maximal ist und sowohl eine Auslenkung nach oben als auch nach unten zu einer Abschwächung der Magnetisierung führt. Dies hat wiederum zur Folge, dass die detektierte PL-Intensität der NV-Zentren sowohl bei Auslenkung in positive als auch negative *y*-Richtung steigt. Eine sinusförmige Schwingung der Saite liefert so PL-Daten, die einen Sinus-Betrag-Verlauf aufweisen (siehe Abbildung 4.4a)). Dies führt dazu, dass die Harmonischen der Schwingung im falschen Verhältnis zueinander abgebildet werden (vergleiche Abbildungen 4.4b) und 4.5b)). Wie in Abschnitt 2.3 erläutert, ist bei höheren Harmonischen mit niedrigeren Amplituden zu rechnen. Dies ist hier insbesondere am Verhältnis der ersten und zweiten Harmonischen nicht zu erkennen. Außerdem tauchen bei solchen Positionen Frequenzverschiebungen auf. Dies sieht man an den Nebenpeaks der Harmonischen a)



Abbildung 4.4: Messung bei Position auf Höhe der Saite: a) Zeitverlauf der Messung b) und c) FFT-Daten der Messung, c) ist die in b) als Kasten markierte Vergrößerung der ersten Harmonischen

bei Betrachtung der FFT (siehe Abbildung 4.4c)) und an Schwebungen in der Schwingung im Ortsraum (Abbildung 4.4a)). Es ist davon auszugehen, dass die Position des Magneten nah an der Ruhelage der Saite die Schwingung beeinflusst und sich so verschiedene Frequenzen überlagern. Dies sollte dringend vermieden werden, um diesen Aufbau zur Detektion von Tönen verwenden zu können.

In Abbildung 4.3b) ist die optimierte Magnetposition dargestellt. Sie befindet sich leicht in z-Richtung versetzt oberhalb des Diamanten und ergab sich wie oben beschrieben durch Vergleich der Amplituden der ersten Harmonischen und unter Ausschluss derjenigen Positionen, bei denen Störungseffekte auftreten. In den Abbildungen 4.4 und 4.5 sind Messungen der gleichen Saite bei den beiden in 4.3 gezeigten Positionen dargestellt. Beide Datensätze wurden auf eine Ruhela-



Abbildung 4.5: Messung bei optimierter Position: a) Zeitverlauf der Messung;
b) und c) FFT-Daten der Messung, c) ist die in b) als Kasten markierte Vergrößerung der ersten Harmonischen

ge bei Null verschoben und mit dem gleichen Wert normiert. Abbildung 4.5b) zeigt, dass die oben beschriebene Sinus-Absolut-Form der Schwingung nicht auftaucht, da die Magnetisierung der Saite ihr Maximum bei Auslenkung in positiver y-Richtung und ihr Minimum bei Auslenkung in negativer y-Richtung erreicht. Außerdem ist in Abbildung 4.5c) zu sehen, dass keine Frequenzverschiebungen auftreten. Die PL-Daten einer schwingenden Saite ergeben so in dieser Position einen sinusartigen Verlauf ohne Schwebungen (vergleiche Abbildung 4.5a)).

Um zu verstehen, warum die optimale Position leicht versetzt und nicht etwa direkt oberhalb der Saite liegt, ist es hilfreich die Änderung der PL-Intensität mit der z-Position des Magneten zu betrachten. Für diese Messung wurde die PL-Intensität bei ruhender Saite an verschiedenen z-Positionen untersucht. Die Ergebnisse sind



Abbildung 4.6: Abhängigkeit der PL-Intensität von der z-Position des Magneten bei ruhender Saite. Die Ruhelage der Saite befindet sich bei 2,25 mm

in Abbildung 4.6 dargestellt. Bei einer Position des Magneten direkt über der Saite hat die PL-Intensität ein Minimum. Die optimale Position befindet sich links davon auf der abfallenden Flanke des Graphen. Eine Erklärung hierfür ist, dass an dieser Position des Magneten das Magnetfeld im Schwingungsbereich der Saite inhomogener als an anderen z-Positionen ist. Das liegt daran, dass sich die Saite hier näher an einem Pol des Magneten befindet. Bei einer Schwingung der Saite in y-Richtung führt diese Inhomogenität dazu, dass sich die Magnetisierung der Saite stärker ändert und so die Amplitude der Schwingung der PL-Intensität maximal wird.

Andererseits hat sich eine Position im Bereich der rechten Flanke in Abbildung 4.6 als nicht optimal erwiesen, da hier das auf die NV-Zentren wirkende Magnetfeld zu klein ist.

4.2 Abklingverhalten

Der in Kapitel 3 beschriebene Aufbau wurde nun genutzt um verschiedene Saiten auf das Abklingverhalten ihrer Harmonischen (siehe Abschnitt 2.3) zu untersuchen. Es wurden eine H- und eine A-Saite vermessen. Der Durchmesser der H-Saite beträgt ca. 3,3 mm und sie wurde mit einem handelsüblichen Stimmgerät auf 30,87 Hz gestimmt. Dies ist bezogen auf den Kammerton a¹ (440 Hz) der Ton ₂H. Die A-Saite ist ca. 2 mm dick und wurde auf 55 Hz gestimmt (₁A).

Die Saiten wurden jeweils mehrmals gemessen, um äußere Einflussfaktoren herausmitteln zu können. Das Programm, das den Messvorgang steuert, schaltet am Lock-In die Aufnahme der Daten ein und gibt dem Servo den Befehl zum Anzupfen



Abbildung 4.7: Beispiel-Daten der A-Saite vor (■) und nach (■) der Filterung mit einem Bandpass im Bereich 40-1000 Hz: a) Daten im Ortsraum b) FFT der Daten über die ersten 10 s.

der Saite, die dann eine gewisse Zeit schwingt. Danach wird die Aufnahme beendet und der Servo stoppt die Saite. Dies geschieht, damit die darauffolgende Messung ebenfalls von einer in Ruhe befindlichen Saite ausgeht. Mit diesem Ablauf wurde die H-Saite 133 mal für je 120s vermessen, die A-Saite 100 mal für je 90s.

4.2.1 Datenvorbereitung

Vor der Auswertung wurden die Rohdaten mit einem Bandpass gefiltert. Diese Bandpassfilterung wurde für die H-Saite im Bereich zwischen 20 Hz und 1000 Hz und für die A-Saite im Bereich zwischen 40 Hz und 1000 Hz durchgeführt. Dies dient zum einen dazu, den Gleichspannungsoffset herauszufiltern und so eine Ruhelage bei Null zu erreichen und zum anderen, um Rauschen zu unterdrücken. In Abbildung 4.7 ist dies beispielhaft für einen Datensatz der A-Saite dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Einfluss von äußeren Störeffekten, wie Staub, der in den Laserstrahl gerät, und sonstige Varianzen des Grundsignals, reduziert wird und die Schwingung um Null oszilliert.

Anschließend an die Filterung wurde die Gesamtheit der Daten, das heißt alle Daten zu einer Saite, so synchronisiert, dass sie die gleiche Anzahl an Datenpunkten haben und alle Schwingungen bei der gleichen Zeitkoordinate beginnen. Dies hilft, die Daten miteinander zu vergleichen und sorgt zum Beispiel für einheitliche Frequenz-Vektoren in der STFT.



Abbildung 4.8: Beispiel für die STFT einer A-Saiten-Schwingung: Amplitude der Schwingung (in logarithmischer Farbskala) gegen Frequenz und Zeit. Die ersten 30s der ersten vier Harmonischen sind vergrößert dargestellt.

4.2.2 STFT

Nun wird die in Abschnitt 2.4.2 beschriebene zeitaufgelöste Fouriertransformation verwendet, um das Verhalten der Harmonischen zu ermitteln. Die Breite des durchlaufenden Fensters beträgt 458,8 ms und die Überlappung mit dem nächsten Fenster 451,6 ms. Das bedeutet, dass die Datenpunkte in der STFT einen zeitlichen Abstand von 7,2 ms haben. Desweiteren wurde der Datensatz an den Rändern um Nullwerte ergänzt damit das erste bzw. letzte Fenstersegment auf den ersten bzw. letzten Datenpunkt zentriert ist. In Abbildung 4.8 ist beispielhaft eine STFT, die mit den genannten Parametern durchgeführt wurde, dargestellt.

Es handelt sich in Abbildung 4.8 um den gleichen Datensatz der A-Saite wie in Abbildung 4.7. Dies wird an den vertikalen hellen Streifen bei ca. 20 s und 81 s deutlich. Diese erkennt man auch in Abbildung 4.7a). Bei diesen Streifen handelt es sich um Störungen des Laserstrahls, beispielsweise durch Staubpartikel. Die horizontalen Linien sind die Harmonischen, die wie durch Gleichung (2.3) beschrieben, äquidistant sind. Diese sind auch in Abbildung 4.7b) als äquidistante vertikale Linien erkennbar. Die ersten vier Harmonischen sind vergrößert dargestellt, woran ersichtlich ist, dass sie Vielfache von 55 Hz sind, der Frequenz auf die die Saite gestimmt wurde.

4.2.3 Abklingkurven

Um die Abklingdaten der einzelnen Harmonischen aus den STFT-Datensätzen zu erhalten, wird ein Bereich von 7 Hz um die einzelnen Harmonischen gewählt. Aus diesen "Streifen" wird das Maximum jedes Zeitabschnitts bestimmt und gespeichert. Auf diese Weise wurden für beide Saiten das Abklingverhalten der ersten sechs Harmonischen ermittelt. Diese Datensätze wurden so normiert, dass der Maximalwert ihrer Summen in der ersten Sekunde der Daten bei eins liegt.





b)

Abbildung 4.9: Harmonische der A-Saite: a) mit Fehlerschatten; b) mit logarithmischer *y*-Achse

Die Daten der 100 Messungen für die A-Saite und der 133 Messungen für die

H-Saite wurden gemittelt und die Standardabweichungen berechnet. Außerdem wurden die Mittelwerte der Harmonischen aufsummiert und die Standardabweichung davon ermittelt. Diese Summe ist zusammen mit den Harmonischen in Abbildung 4.9a) für die A-Saite und in Abbildung 4.10a) für die H-Saite dargestellt. Die Standardabweichungen der Datenpunkte ist als Schatten markiert. Vertikale Ausschläge, wie bei ca. 16 s in Abbildung 4.9a), sind auf starke Störungen, wie beispielsweise Staubpartikel im Lichtpfad, in einzelnen Messungen zurückzuführen.



Abbildung 4.10: Harmonische der H-Saite: a) mit Fehlerschatten; b) mit logarithmischer y-Achse

a)



Abbildung 4.11: A-Saiten-Daten mit exponentiellen Fit nach Gleichung (2.4): a) Summe der Harmonischen; b) erste Harmonische

Man erkennt, dass die Amplituden der Harmonischen an Intensität verlieren, je höher die Harmonische ist. Im Vergleich zum Maximum der ersten Harmonischen ist das der Zweiten ca. halb und das der Dritten sogar nur ca. 1/6 so groß. Dies ist eine direkte Folge aus der Position des Tonabnehmers, der Anzupfposition und der Tatsache, dass höhere Harmonische im Allgemeinen in der Amplitude abnehmen.

In Abbildungen 4.9b) und 4.10b) sind die Graphen über eine logarithmische y-Achse dargestellt. Hier kann abgelesen werden, dass die Amplituden der Harmonischen grob exponentiellen Verläufen, wie durch Gleichung (2.4) beschrieben, folgen.

In Abbildung 4.11b) ist die erste Harmonische der A-Saite mit einem exponentiellen Fit nach Gleichung (2.4) abgebildet. Für den Fit wurde nur der Bereich zwischen 10 s und 40 s betrachtet, da die Amplitude der Harmonischen in diesem Bereich strikt exponentiell abfällt. Es ergibt sich ein Dämpfungsfaktor von $\alpha_{1.\text{Harm}} = 0.09848 \,\text{s}^{-1}$. Dieser deckt sich mit dem in Abbildung 4.11a) dargestellten Fit an die Summe der Harmonischen. Der dort für den Bereich zwischen 10 s und 40 s ermittelte Dämpfungsfaktor von $\alpha_{\text{Sum}} = 0.09875 \,\text{s}^{-1}$ ist vergleichbar mit $\alpha_{1.\text{Harm}}$.

Im Bereich bis ca. 7 s liegt für die erste Harmonische eine stärkere Dämpfung vor. Ein möglicher Grund hierfür ist, dass durch die größere Amplitude zu Beginn der Schwingung die Dämpfung durch den Magneten einen größeren Einfluss hat. Eine weitere Möglichkeit ist eine Wechselwirkung mit der Einspannkonstruktion oder mit höheren Harmonischen. Die höheren Harmonischen der A-Saite zeigen ein kompliziertes Verhalten. Man kann einen grob exponentiellen Abfall erkennen, wobei aber verschiedenartige Oszillation im Verlauf auftreten. Eine Erklärung hierfür könnte sein, dass es eine starke Wechselwirkung mit der Einspannkonstruktion gibt. Schwingungsenergie wird auf die Halterung übertragen, welche dann auch zu schwingen beginnt. Im



Abbildung 4.12: H-Saiten-Daten mit exponentiellen Fit nach Gleichung (2.4): a) Summe der Harmonischen; b) zweite Harmonische; c) dritte Harmonische

weiteren Verlauf kann es sein, dass die Schwingungsenergie zurück auf die Saite übertragen wird, was zu einer Oszillation wie Abbildung 4.9b) erkennbar führen kann. Dies mag daran liegen, dass die Saitenhalterung nicht in Hinblick auf musikalischen Klang konstruiert wurde. Die H-Saite zeigt in der 2. und 3. Harmonische nach 10 s bzw. 15 s exponentiellen Abfall mit $\alpha_{2.\text{Harm}} = 0.05500 \,\text{s}^{-1}$ und $\alpha_{3.\text{Harm}} = 0.07707 \,\text{s}^{-1}$. Diese liegen in der gleichen Größenordnung wie die Dämpfung der Summe mit $\alpha_{\text{Sum}} = 0.06704 \,\text{s}^{-1}$.

Die 1. Harmonische der H-Saite ist nicht strikt exponentiell abfallend (vergleiche Abbildung 4.10b)), sie weist aber auch eine große Streuung der Daten im Bereich zwischen 5s und 15s auf (vergleiche Abbildung 4.10a)). Auch hier ist es wahrscheinlich, dass dies auf eine Wechselwirkung mit dem Aufbau zurückführbar ist.

Die Messungen haben gezeigt, dass es möglich ist, das Abklingverhalten von Harmonischen mit diesem Aufbau zu analysieren. Die Harmonischen zeigen im Allgemeinen einen exponentielles Abfallverhalten. Es treten Oszillationseffekte auf, die man aber darauf zurückführen kann, dass hier kein reales Instrument sondern nur eine eingespannte Saite untersucht wurde.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass die Tonabnahme von schwingenden Saiten mithilfe von NV-Zentren möglich ist. Die detektierte PL-Intensität der NV-Zentren bei schwingender Saite im Magnetfeld lässt sich in ein Wechselspannungssignal umwandeln, welches die Schwingung abbildet.

Dieses Signal enthält ausreichend Informationen über die Schwingung, sodass eine Analyse von spezifischeren Eigenschaften, wie das in dieser Arbeit untersuchte Abklingverhalten von Obertönen, möglich ist. Um dies zu ermöglichen musste zunächst eine Messroutine entwickelt und der Versuchsaufbau optimiert werden. So wurde die Pulsfrequenz des Lasers auf den Wert mit maximaler PL-Intensität eingestellt und die optimale Magnetposition schräg oberhalb des Diamanten gefunden. Mit diesem Aufbau konnte gezeigt werden, dass die Harmonischen der Schwingungen im Allgemeinen ein exponentielles Ausschwingverhalten aufweisen, was der Theorie gedämpfter Schwingungen entspricht. Es wurden Abweichungen von den exponentiellen Verläufen diskutiert und auf die Einspannkonstruktion der Saite zurückgeführt. Die Funktion des Tonabnehmers wurde für zwei verschiedene Saitendicken bestätigt, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass es auch möglich ist dünnere Saitendicken, wie beispielsweise E-Gitarrensaiten mit diesem *pick-up* abzunehmen.

Um diesen Tonabnehmer zur Marktreife zu bringen, sind aber noch weitere Untersuchungen und Optimierungen nötig. Offensichtlich ist, dass der Tonabnehmer in der jetzigen Form zu groß ist, um in eine E-Gitarre oder einen E-Bass eingebaut zu werden. Es wurde jedoch gezeigt, dass Magnetsensoren auf Basis von NV-Zentren in der benötigten Größenordnung umsetzbar sind [33], weshalb davon auszugehen ist, dass auch eine Verkleinerung des hier verwendeten Aufbaus möglich ist. Weiterhin muss die Magnetposition und -stärke an die Verkleinerung des Aufbaus bzw. den Einbau in eine Gitarre angepasst werden. Auch die Vereinfachung und Verkleinerung der signalgebenden und demodulierenden Geräte muss mit bedacht werden. Zusammenfassend ist aber zu sagen, dass es gut denkbar ist, die magnetometrischen Eigenschaften von NV-Zentren tatsächlich für die Tonabnahme an Saiteninstrumenten einzusetzen.

Literaturverzeichnis

- V. M. Acosta, E. Bauch, M. P. Ledbetter, A. Waxman, L.-S. Bouchard und D. Budker. "Temperature Dependence of the Nitrogen-Vacancy Magnetic Resonance in Diamond". In: *Physical Review Letters* 104.7 (Feb. 2010). DOI: 10.1103/physrevlett.104.070801 (siehe S. 1).
- J. Allen. "Short term spectral analysis, synthesis, and modification by discrete Fourier transform". In: *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 25.3 (Juni 1977), S. 235–238. DOI: 10.1109/tassp.1977. 1162950 (siehe S. 12).
- [3] G. Balasubramanian, I. Y. Chan, R. Kolesov, M. Al-Hmoud, J. Tisler, C. Shin, C. Kim, A. Wojcik, P. R. Hemmer, A. Krueger, T. Hanke, A. Leitenstorfer, R. Bratschitsch, F. Jelezko und J. Wrachtrup. "Nanoscale imaging magnetometry with diamond spins under ambient conditions". In: *Nature* 455.7213 (Okt. 2008), S. 648–651. DOI: 10.1038/nature07278 (siehe S. 1).
- [4] M. Bartelmann, B. Feuerbacher, T. Krüger, D. Lüst, A. Rebhan und A. Wipf. "Kontinuumsmechanik". In: *Theoretische Physik*. Springer Berlin Heidelberg, Nov. 2014, S. 271–318. DOI: 10.1007/978-3-642-54618-1_8 (siehe S. 11).
- R. B. Blackman, J. W. Tukey und T. Teichmann. "The Measurement of Power Spectra". In: *Physics Today* 13.2 (Feb. 1960), S. 52–54. DOI: 10. 1063/1.3056826 (siehe S. 13).
- G. Calzaferri und R. Rytz. "The Band Structure of Diamond". In: *The Journal of Physical Chemistry* 100.26 (Jan. 1996), S. 11122–11124. DOI: 10.1021/jp960840t (siehe S. 5).
- [7] C. D. Clark, P. J. Dean, P. V. Harris und W. C. Price. "Intrinsic edge absorption in diamond". In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 277.1370 (Feb. 1964), S. 312– 329. DOI: 10.1098/rspa.1964.0025 (siehe S. 5).
- J. W. Cooley und J. W. Tukey. "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series". In: *Mathematics of Computation* 19.90 (Mai 1965), S. 297–297. DOI: 10.1090/s0025-5718-1965-0178586-1 (siehe S. 12).
- [9] G. Davies und M. F. Hamer. "Optical studies of the 1.945 eV vibronic band in diamond". In: *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical*

and Physical Sciences 348.1653 (Feb. 1976), S. 285–298. DOI: 10.1098/rspa.1976.0039 (siehe S. 6, 8).

- C. L. Degen. "Scanning magnetic field microscope with a diamond singlespin sensor". In: *Applied Physics Letters* 92.24 (Juni 2008), S. 243111. DOI: 10.1063/1.2943282 (siehe S. 1).
- W. Demtröder. Experimentalphysik 3. Springer Berlin Heidelberg, 2010. DOI: 10.1007/978-3-642-03911-9 (siehe S. 4).
- [12] F. Dolde, H. Fedder, M. W. Doherty, T. Nöbauer, F. Rempp, G. Balasubramanian, T. Wolf, F. Reinhard, L. C. L. Hollenberg, F. Jelezko und J. Wrachtrup. "Electric-field sensing using single diamond spins". In: *Nature Physics* 7.6 (Apr. 2011), S. 459–463. DOI: 10.1038/nphys1969 (siehe S. 1).
- R. J. Epstein, F. M. Mendoza, Y. K. Kato und D. D. Awschalom. "Anisotropic interactions of a single spin and dark-spin spectroscopy in diamond". In: *Nature Physics* 1.2 (Okt. 2005), S. 94–98. DOI: 10.1038/nphys141 (siehe S. 10).
- G. D. Fuchs, V. V. Dobrovitski, R. Hanson, A. Batra, C. D. Weis, T. Schenkel und D. D. Awschalom. "Excited-State Spectroscopy Using Single Spin Manipulation in Diamond". In: *Physical Review Letters* 101.11 (Sep. 2008). DOI: 10.1103/physrevlett.101.117601 (siehe S. 6).
- [15] R. Gross und A. Marx. *Festkörperphysik*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2012 (siehe S. 3).
- [16] A. Gruber. "Scanning Confocal Optical Microscopy and Magnetic Resonance on Single Defect Centers". In: *Science* 276.5321 (Juni 1997), S. 2012–2014.
 DOI: 10.1126/science.276.5321.2012 (siehe S. 8).
- F. Harris. "On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform". In: *Proceedings of the IEEE* 66.1 (1978), S. 51-83. DOI: 10.1109/proc.1978.10837 (siehe S. 13).
- [18] H. Holloway, K. C. Hass, M. A. Tamor, T. R. Anthony und W. F. Banholzer. "Isotopic dependence of the lattice constant of diamond". In: *Physical Review B* 44.13 (Okt. 1991), S. 7123–7126. DOI: 10.1103/physrevb.44.7123 (siehe S. 3).
- [19] J. H. N. Loubser und J. A. van Wyk. "Electron spin resonance in the study of diamond". In: *Reports on Progress in Physics* 41.8 (Aug. 1978), S. 1201– 1248. DOI: 10.1088/0034-4885/41/8/002 (siehe S. 6).
- [20] D. Martin und T. Bacon. "Electric Guitars The Illustrated Encyclopedia". In: *The Galpin Society Journal* 54 (Mai 2001), S. 411. DOI: 10.2307/842467 (siehe S. 1).
- [21] J. R. Maze, A. Gali, E. Togan, Y. Chu, A. Trifonov, E. Kaxiras und M. D. Lukin. "Properties of nitrogen-vacancy centers in diamond: the group theoretic approach". In: *New Journal of Physics* 13.2 (Feb. 2011), S. 025025. DOI: 10.1088/1367-2630/13/2/025025 (siehe S. 6).
- [22] J. R. Maze, P. L. Stanwix, J. S. Hodges, S. Hong, J. M. Taylor, P. Cappellaro, L. Jiang, M. V. G. Dutt, E. Togan, A. S. Zibrov, A. Yacoby, R. L. Walsworth und M. D. Lukin. "Nanoscale magnetic sensing with an individual electronic

spin in diamond". In: *Nature* 455.7213 (Okt. 2008), S. 644–647. DOI: 10. 1038/nature07279 (siehe S. 1).

- [23] K. Momma und F. Izumi. "VESTA3 for three-dimensional visualization of crystal, volumetric and morphology data". In: *Journal of Applied Crystallography* 44.6 (Okt. 2011), S. 1272–1276. DOI: 10.1107/s0021889811038970 (siehe S. 4, 6).
- [24] P. Neumann, R. Kolesov, V. Jacques, J. Beck, J. Tisler, A. Batalov, L. Rogers, N. B. Manson, G. Balasubramanian, F. Jelezko und J. Wrachtrup. "Excited-state spectroscopy of single NV defects in diamond using optically detected magnetic resonance". In: *New Journal of Physics* 11.1 (Jan. 2009), S. 013017. DOI: 10.1088/1367-2630/11/1/013017 (siehe S. 6).
- [25] P. Ovartchaiyapong, K. W. Lee, B. A. Myers und A. C. B. Jayich. "Dynamic strain-mediated coupling of a single diamond spin to a mechanical resonator". In: *Nature Communications* 5.1 (Juli 2014). DOI: 10.1038/ncomms5429 (siehe S. 1).
- [26] J. Rickard. "Bridge type piezoelectric pickup for stringed instruments". US3712951A. 6. Dez. 1971 (siehe S. 1).
- [27] L. Robledo, H. Bernien, T. van der Sar und R. Hanson. "Spin dynamics in the optical cycle of single nitrogen-vacancy centres in diamond". In: New Journal of Physics 13.2 (Feb. 2011), S. 025013. DOI: 10.1088/1367-2630/ 13/2/025013 (siehe S. 8).
- [28] L. J. Rogers, R. L. McMurtrie, M. J. Sellars und N. B. Manson. "Timeaveraging within the excited state of the nitrogen-vacancy centre in diamond". In: *New Journal of Physics* 11.6 (Juni 2009), S. 063007. DOI: 10. 1088/1367-2630/11/6/063007 (siehe S. 10).
- [29] L. Rondin, J.-P. Tetienne, T. Hingant, J.-F. Roch, P. Maletinsky und V. Jacques. "Magnetometry with nitrogen-vacancy defects in diamond". In: *Reports on Progress in Physics* 77.5 (Mai 2014), S. 056503. DOI: 10.1088/0034-4885/77/5/056503 (siehe S. 1).
- [30] W. Saslow, T. K. Bergstresser und M. L. Cohen. "Band Structure and Optical Properties of Diamond". In: *Physical Review Letters* 16.9 (Feb. 1966), S. 354–356. DOI: 10.1103/physrevlett.16.354 (siehe S. 5).
- [31] R. Schirhagl, K. Chang, M. Loretz und C. L. Degen. "Nitrogen-Vacancy Centers in Diamond: Nanoscale Sensors for Physics and Biology". In: Annual Review of Physical Chemistry 65.1 (Apr. 2014), S. 83–105. DOI: 10.1146/ annurev-physchem-040513-103659 (siehe S. 1).
- [32] R. Staacke. "Magnetometrie nicht klassischer Leitungsmechanismen in amorphen Halbleitern mit Hilfe einzelner NV-Zentren". Masterarbeit. Universität Leipzig, 2015 (siehe S. 5).
- [33] R. Staacke, R. John, R. Wunderlich, L. Horsthemke, W. Knolle, C. Laube, P. Glösekötter, B. Burchard, B. Abel und J. Meijer. "Isotropic Scalar Quantum Sensing of Magnetic Fields for Industrial Application". In: Advanced Quantum Technologies (Juni 2020), S. 2000037. DOI: 10.1002/qute.202000037 (siehe S. 1, 33).

- [34] S. Steinert, F. Dolde, P. Neumann, A. Aird, B. Naydenov, G. Balasubramanian, F. Jelezko und J. Wrachtrup. "High sensitivity magnetic imaging using an array of spins in diamond". In: *Review of Scientific Instruments* 81.4 (Apr. 2010), S. 043705. DOI: 10.1063/1.3385689 (siehe S. 1).
- [35] J. M. Taylor, P. Cappellaro, L. Childress, L. Jiang, D. Budker, P. R. Hemmer, A. Yacoby, R. Walsworth und M. D. Lukin. "High-sensitivity diamond magnetometer with nanoscale resolution". In: *Nature Physics* 4.10 (Sep. 2008), S. 810–816. DOI: 10.1038/nphys1075 (siehe S. 1).
- J.-P. Tetienne, L. Rondin, P. Spinicelli, M. Chipaux, T. Debuisschert, J.-F. Roch und V. Jacques. "Magnetic-field-dependent photodynamics of single NV defects in diamond: an application to qualitative all-optical magnetic imaging". In: New Journal of Physics 14.10 (Okt. 2012), S. 103033. DOI: 10.1088/1367-2630/14/10/103033 (siehe S. 1, 8–10).
- [37] G. Waldherr, J. Beck, P. Neumann, R. S. Said, M. Nitsche, M. L. Markham, D. J. Twitchen, J. Twamley, F. Jelezko und J. Wrachtrup. "High-dynamicrange magnetometry with a single nuclear spin in diamond". In: *Nature Nanotechnology* 7.2 (Dez. 2011), S. 105–108. DOI: 10.1038/nnano.2011.224 (siehe S. 1).
- [38] J. R. Weber, W. F. Koehl, J. B. Varley, A. Janotti, B. B. Buckley, C. G. V. de Walle und D. D. Awschalom. "Quantum computing with defects". In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 107.19 (Apr. 2010), S. 8513–8518. DOI: 10.1073/pnas.1003052107 (siehe S. 1).
- [39] T. Wheeler. American guitars : an illustrated history. New York Cambridge Cambridgeshire: Harper & Row, 1982 (siehe S. 1).
- [40] J. Wrachtrup, S. Y. Kilin und A. P. Nizovtsev. "Quantum computation using the ¹³C nuclear spins near the single NV defect center in diamond". In: *Optics and Spectroscopy* 91.3 (Sep. 2001), S. 429–437. DOI: 10.1134/1. 1405224 (siehe S. 1).

Danksagung

Zuerst möchte ich mich bei Professor Jan Meijer für die Vergabe dieses Themas bedanken. Seine Begeisterung und anregenden Ideen waren eine große Inspiration. Mein großer Dank gebührt desweiteren meinem Betreuer Robert Staacke, der mich mit viel Geduld und Unterstützung betreut hat. Seine Einführung in Python und Hilfestellung beim Schreiben der Messprogramme, sowie seine praktische Erfahrung beim Durchführung der Messungen waren von unschätzbarem Wert. Sein Beitrag in Form der Entwicklung der Saitenhalterung sei hier auch noch erwähnt. Außerdem möchte ich Michael Kieschnick und Carsten Pahnke für die technische Unterstützung und der gesamten Arbeitgruppe für die freundliche Aufnahme und anregenden Mittagsessensgespräche danken. Für die Fertigung der Saitenhalterung und des Anzupfmechanismus gilt mein Dank noch den Mitarbeitern der Werkstatt an der Fakultät.

Mein Dank richtet sich auch an meine Familie, deren seelische und finanzielle Unterstützung ich während meines Studiums immer gewiss sein konnte. Die vielen Gespräche, das gemeinsame Spielen und Musizieren waren wichtig für mich.

Zuletzt möchte ich meiner Freundin Maike den Rest meiner verbleibenden Dankbarkeit für die Motivation und Unterstützung während der Anfertigung dieser Arbeit und die schönen gemeinsamen Momente darüber hinaus widmen.

Selbstständigkeitserklärung

Ich versichere hiermit, dass ich meine Bachelorarbeit mit dem Thema

Anwendung der magnetometrischen Eigenschaften von NV-Zentren zur Detektion mechanischer Schwingungen

selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, wobei ich alle wörtlichen und sinngemäßen Zitate als solche gekennzeichnet habe. Die Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

Leipzig, den 7. Juli 2020

Jakob Heinrich